

Resolviendo problemas de matemáticas y ciencias en el mundo real con una mente computacional

Juan Carlos Olabe¹, Xabier Basogain^{2,*}, Miguel Ángel Olabe³, Inmaculada Maíz⁴, Carlos Castaño⁵

¹Department of Electrical and Computer Engineering, Christian Brothers University, U.S. {jolabe@cbu.edu}

²Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad del País Vasco, España {xabier.basogain@ehu.es}

³Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, Universidad del País Vasco, España {miguelangel.olabe@ehu.es}

⁴Departamento de Psicología Evolutiva, Universidad del País Vasco, España {inmaculada.maiz@ehu.es}

⁵Departamento de Organización Didáctica, Universidad del País Vasco, España {carlos.castano@ehu.es}

Recibido el 27 Mayo 2013; revisado el 16 Septiembre 2013; aceptado el 20 Septiembre 2013; publicado el 15 Julio 2014

DOI: 10.7821/naer.3.2.75-82

RESUMEN

Este artículo presenta un nuevo paradigma para el estudio de las Matemáticas y Ciencias en la educación primaria y secundaria. Este paradigma ha sido presentado a alumnos de Magisterio de cuatro campus universitarios (n=242) a través de un taller en el que se presenta una herramienta taxonómica para la descripción de problemas matemáticos en primaria y secundaria (K-12) con el propósito de realizar un estudio cualitativo de los contenidos escolares en matemáticas. Esta herramienta permite la identificación, descomposición y descripción de los problemas Tipo-A, que caracterizan los problemas de currículum tradicional, y de los problemas Tipo-B del nuevo paradigma. El taller finaliza con una encuesta que recoge la evaluación del currículum actual y del nuevo paradigma propuesto. Las encuestas de este estudio revelan que de acuerdo con la mayoría de los participantes: (i) el currículum de matemáticas K-12 está diseñado para enseñar a los estudiantes, exclusivamente, la resolución de problemas Tipo-A; (ii) los problemas matemáticos de la vida real responden a problemas Tipo-B; y (iii) el actual currículum de matemáticas debe modificarse para incluir este nuevo paradigma.

PALABRAS CLAVE: CURRÍCULUM DE MATEMÁTICAS, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, PROGRAMACIÓN, TEST DE INTELIGENCIA, INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

1 INTRODUCCIÓN

El pensamiento analítico agrupa los procesos mentales que los psicólogos cognitivos asocian, en general, a las áreas de las ciencias y las matemáticas (Carpenter, Just & Shell, 1990). El pensamiento analítico proporciona recursos para hacer frente a la

novedad y para adaptarse a nuevos problemas cognitivos. Incluye la capacidad de razonar y resolver problemas nuevos, sin depender exclusivamente de la información aprendida en la escuela (Cattel, 1963).

El test de Matrices Progresivas de Raven (Raven, 1962) proporciona un entorno adecuado para estudiar y evaluar las características de la inteligencia analítica, y los procesos generales subyacentes involucrados (Jensen, 1987; Snow, Kyllonen & Marshalek, 1984). Este test se caracteriza por su máximo grado de complejidad dentro del gran grupo de test cognitivos (Marshalek, Lohman & Snow, 1983). Los 36 problemas de este test requieren, para su solución, seguir un proceso secuencial de tres pasos. La dificultad de cada problema se determina por el tipo y el número de reglas que presenta el problema.

El sistema actual de educación en matemáticas y en ciencias en el mundo desarrollado (Pisa, 2009) está diseñado para fomentar el conjunto de habilidades necesarias para resolver este tipo de problemas secuenciales de tres pasos.

Durante las últimas cuatro décadas se han producido notables desarrollos en las áreas de Ciencias Cognitivas (Ariely, 2009; Fiske, Gilbert & Lindzey, 2010; Kahneman, 2003; Schwartz, 2005) que proporcionan una imagen más clara de las capacidades, limitaciones, sesgo y tendencias de la mente humana. Simultáneamente, el área de Ingeniería Informática ha desarrollado herramientas, en particular, lenguajes y paradigmas basados en lenguajes y objetos que han revolucionado la forma en que la mente aborda las tareas de pensar, crear y resolver problemas (DiSessa, 2000; National Research Council, 2010, 2011; Papert, 1981, 1990; Royal Society, 2012; Wing, 2006).

Los Sistemas Educativos de los países desarrollados son en general sistemas grandes y complejos; son sistemas lentos en su evolución y no han incorporado todavía, ni en sus planes de estudios ni en sus modelos pedagógicos, los descubrimientos fundamentales de los campos de las ciencias cognitivas y de la ingeniería informática (Collins & Halverson, 2009).

Este artículo presenta una investigación donde estudiantes universitarios de primer y segundo curso de educación han reflexionado y debatido sobre estas ideas, y a los que después se

*Por correo postal dirigirse a:

Xabier Basogain Olabe
Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Bilbao
C/ Alameda Urquijo s/n
48013-Bilbao

les ha pedido llevar a cabo tareas de evaluación general, valoración curricular y diseño curricular.

Uno de los objetivos de este estudio es el diseño de un conjunto de experiencias que promuevan y construyan una infraestructura sólida de diálogo entre el mundo de las Ciencias Cognitivas y Computacionales y el mundo de la Educación. El fin de estas experiencias es facilitar la comunicación de ideas y la colaboración pedagógica y curricular.

Un ejemplo de este tipo de infraestructuras de diálogo es la realización de los talleres descritos en este artículo y las iniciativas de colaboración que han surgido como resultado de su realización. Un total de 242 alumnos de Magisterio han analizado y adoptado nuevas ideas en educación desarrolladas en las últimas décadas en áreas de las Ciencias Cognitivas y Computacionales. En la realización de los talleres, los participantes tienen la oportunidad de explorar estas ideas personalmente construyendo proyectos basados en ordenador, experimentando los procesos cognitivos presentados en este nuevo paradigma. Como resultado de estos talleres, han surgido distintas iniciativas por parte de las Escuelas de Magisterio: 1) la continuación en la realización de talleres similares con el intercambio de ideas que supone, 2) la integración formal en el currículum de las Escuelas de Magisterio de estos nuevos paradigmas, y 3) la creación de nuevos contenidos en el currículum de K-12 de Matemáticas.

2 ANTECEDENTES

Durante más de un siglo se han utilizado diferentes pruebas estandarizadas (Becker, 2003; Binet & Simon, 1916; Wechsler, 1939, 2005) para determinar un valor, el coeficiente intelectual o CI, como una medida o evaluación de la inteligencia. El test de Matrices Progresivas de Raven contiene un conjunto de 36 problemas con un formato similar y un nivel de dificultad creciente. En un estudio (Forbes, 1964), se analizaron un total de 2.256 adultos británicos y los resultados mostraron una relación lineal casi perfecta entre el número de la pregunta y el porcentaje de adultos que respondió correctamente a dicha pregunta: por ejemplo, las preguntas 1 y 2 son contestadas correctamente por la mayoría de los participantes, mientras que las preguntas 34, 35 y 36 son contestadas correctamente por sólo un porcentaje muy pequeño de los participantes. Esta prueba, por lo tanto, se diseñó para discriminar con gran precisión la ubicación de cualquier participante en la escala de CI.

Aunque el formato de las 36 preguntas es el mismo, su dificultad se determina por el número y el tipo de reglas que tiene el problema. Las preguntas 1 y 2 incluyen sólo dos reglas simples, mientras que las preguntas 34, 35 y 36 tienen cuatro o cinco reglas difíciles.

Dada la taxonomía de las reglas y el número de las mismas en el conjunto de las 36 preguntas, es posible describir en estos términos (número y tipo de reglas) el alcance de la inteligencia humana, desde el CI para resolver un simple problema que todos los seres humanos son capaces de resolver, a la CI requerida para resolver un problema difícil que sólo unos pocos seres humanos son capaces de resolver.

Cada problema consiste en un conjunto de imágenes agrupadas en una matriz de tres filas y tres columnas, donde falta la imagen de la celda correspondiente a la columna derecha y a la fila inferior. El participante tiene que seleccionar la imagen que falta entre un conjunto de seis opciones propuestas. Las imágenes de cada fila están relacionadas entre sí a través de

algún tipo de reglas. Lo mismo sucede con las imágenes de cada columna.

El proceso de solución del problema consiste en tres pasos: correspondencia, identificación de las reglas y aplicación de las reglas. La correspondencia es el proceso de encontrar qué elementos de las imágenes son relevantes y cuáles son superfluos. La identificación de las reglas es el proceso de descubrir las diferentes reglas que relacionan a estos elementos y la aplicación es el proceso de aplicación de estas reglas a las imágenes presentes en la matriz para deducir las características de la imagen que falta.

Un análisis detallado de los tipos de problemas matemáticos que realizan en la escuela los estudiantes de todo el mundo revelaría que los problemas comparten una misma estructura, y que ésta tiene las mismas características que los problemas de Raven. Los exámenes estandarizados, como los de *Programme for International Student Assessment* (PISA), o las pruebas de acceso a la universidad tales como *American College Testing* (ACT) o *Scholastic Assessment Test* (SAT) (ACT, 2013; SAT, 2013), son buenos recursos para investigar esta estructura. Nosotros los vamos a denominar: problemas Tipo-A.

2.1 Problemas Tipo-A

Las tres fases para resolver estos problemas son también: correspondencia, identificación de reglas y aplicación de reglas.

Un ejemplo del examen de PISA: "Un ático tiene una forma cuadrada de 12 metros de lado. ¿Cuál es el área del suelo del ático?"

La fase de correspondencia consiste en encontrar los datos relevantes del problema, qué datos son importantes y qué se pide. En este caso es importante saber que la planta tiene una forma cuadrada y que su lado es de 12 metros de largo. También es importante tener en cuenta que nos piden calcular el área del suelo. Estos tres datos (cuadrado, 12, área) son el resultado de la fase de correspondencia.

La identificación de las reglas es el proceso de determinar qué reglas relacionan los datos que conocemos con los datos que no conocemos. En este caso tenemos que calcular el área y sabemos que la forma es un cuadrado, por lo tanto, sólo necesitamos una regla, y la regla es la relación entre el área y el lado de un cuadrado. La regla es $\text{Área} = \text{lado} * \text{lado}$.

La aplicación de las reglas consiste en sustituir los datos conocidos en la regla o reglas y determinar la solución del problema. $\text{Área} = \text{lado} * \text{lado}$; $\text{Área} = 12 * 12$; $\text{Área} = 144$. Si comparamos este problema con los problemas de Raven, podríamos clasificar su complejidad como baja: requiere solamente una regla y la regla es sencilla.

En otro ejemplo, esta vez de la prueba de matemáticas de ACT, el problema es: "Un coche recorre 27 millas por galón. Si la gasolina cuesta \$ 4.04 por galón, calcula el coste de este coche para recorrer 2.727 millas". Con el mismo análisis de taxonomía, este problema es más difícil porque hay más elementos de correspondencia (27 millas/galón, 4,04 dólares/galón, 2.727 millas, coste total) y más reglas ($\text{coste total} = \text{galones} * \text{dólares / galón}$; $\text{galones} = \text{millas} / \{\text{millas/galón}\}$).

Los problemas Tipo-A como estos tienen las siguientes características fundamentales: son deterministas en su solución (la solución es conocida y única); y son deterministas en el proceso de resolución (el proceso hacia la solución es conocido y único). Estos problemas son ideales para pruebas estandarizadas, ya que sus soluciones son deterministas.

También son ideales para la enseñanza normalizada. La tercera fase del proceso, la aplicación de las reglas, conlleva el uso de la aritmética y a menudo un álgebra sencilla. La segunda fase, la identificación de las reglas, extiende el área de conocimiento y el alcance de los problemas que se enseñan en el aula: añadiendo nuevas reglas se extiende el currículum.

La mayoría de los estudiantes comprenden por qué el área de un cuadrado es el producto del lado por sí mismo; no todo el mundo puede explicar por qué el área de un triángulo es la mitad del producto de la base y la altura, y casi nadie sabe por qué el área de un círculo es π veces el radio \times radio, o por qué la energía cinética de un cuerpo es la mitad del producto de la masa y el cuadrado de la velocidad.

El paradigma de tres fases de los problemas Tipo-A facilita que un Sistema de Educación enseñe una amplia gama de materias, y cuando tiene éxito, produzca ciudadanos formados que calculan áreas de cuadrados y de círculos correctamente, entiendan o no por qué sus cálculos son correctos (Taylor & Rohrer, 2010; Bälter, Enström & Klingenberg, 2013).

2.2 Problemas Tipo-B

Este paradigma de tres fases no aborda otros problemas más importantes y frecuentes que denominamos problemas Tipo-B. Este tipo de problemas son los que normalmente encontramos en la vida cotidiana y responden a un paradigma muy diferente. Los problemas Tipo-B tienen características muy diferentes a las características de los problemas Tipo-A: no son deterministas en su solución (la solución no es conocida a priori y no es única) y no son deterministas en el proceso de resolución (el proceso hacia la solución no es conocido a priori, ni es único para las múltiples soluciones). El proceso de resolución es iterativo por naturaleza y requiere interacción con su propio entorno. Los problemas Tipo-B, fundamentalmente (basándose únicamente en el número y tipo de reglas), superan la complejidad de los problemas más difíciles de Raven.

Los problemas Tipo-B requieren procesos mentales de alto nivel (en oposición a los procesos aritméticos o algebraicos que pueden ser implementados por una máquina mecánica, como una caja registradora de engranajes).

Un ejemplo de problema tipo-B, que muestra las diferencias con los problemas tipo-A, es el siguiente problema que corresponde al área de cibernética o sistemas autorregulados, y que se presenta a los alumnos de sexto grado (12 años). “Crea y anima una mariposa que se caracteriza por dos condiciones: puede volar y detectar colisiones. La mariposa vive dentro de un invernadero que tiene 16 habitaciones. Todas las habitaciones están conectadas a través de puertas abiertas. Se pide que la mariposa visite todas las habitaciones del invernadero”. Este problema tiene múltiples soluciones, muchas de las cuales no son óptimas y otras muchas son quasi-óptimas. El cálculo del área de un círculo, un problema Tipo-A, tiene una única solución, y esa solución es conocida antes de que el estudiante resuelva el problema. En el caso del problema de la mariposa, un problema tipo-B, existen infinitas soluciones y la mayoría de ellas son todavía desconocidas. En el problema del cálculo del área del círculo, el proceso de su resolución es determinista, es específico y conocido, aun antes de que el estudiante aborde su resolución. En el problema de la mariposa existen múltiples estrategias para su resolución y todas ellas exigen un proceso iterativo, donde el siguiente paso solamente puede ser determinado después de examinar los resultados del paso realizado. No existe un camino predefinido y conocido para su resolución. Un problema tipo-A,

como el del cálculo del área del círculo, es determinista en su solución y en el proceso de búsqueda de esta solución. Un problema tipo-B no es determinista ni en su solución ni en el proceso de búsqueda de la solución. Además, los problemas tipo-B son iterativos por naturaleza lo que requiere experimentación para su resolución.

Los desarrollos realizados en las últimas cuatro décadas en las áreas de las ciencias cognitivas y la ingeniería informática ofrecen nuevos paradigmas. En particular, los paradigmas basados en lenguajes y objetos han revolucionado la forma en la que la mente aborda las tareas de pensar, crear y resolver problemas.

Los entornos gráficos de programación como Alice, Greenfoot, y Scratch (Utting, Cooper, Kolling, Maloney & Resnick, 2010) están diseñados para introducir y desarrollar conceptos de computación y programación basándose en las ideas fundamentales de los lenguajes orientados a objetos. Estos entornos de programación están orientados para niños y jóvenes preuniversitarios. Son aplicaciones interactivas donde los estudiantes pueden experimentar y explorar realizando programas en entornos gráficos. Estos programas gráficos proveen entornos visuales manipulables donde los estudiantes ven en la pantalla del ordenador sus instrucciones y acciones de una forma sencilla y directa. En estos entornos, las acciones ocurren entre entidades llamadas objetos, que están caracterizados por sus estados, sus comportamientos, y sus interacciones con otros objetos. La unión conceptual de objeto y su representación gráfica es la que dota a estos entornos de programación con un valor pedagógico óptimo.

Scratch y Snap (Maloney, Resnick, Rusk, Silverman & Eastmond, 2010; Scratch, 2013; Snap, 2013) son dos entornos gráficos de programación que permiten una fácil recreación donde podemos experimentar con los procesos de resolución de problemas Tipo-B. Estos problemas pueden ser simples, como contar historias y narrar cuentos, o de una gran sofisticación matemática que incluyan las áreas de la dinámica, la geometría diferencial vectorial, la cibernética, el análisis probabilístico o el cálculo diferencial e integral.

3 MÉTODO

El propósito de esta investigación ha sido la creación de un conjunto de experiencias, en formato de talleres, donde los estudiantes de educación han asistido al desarrollo de los conceptos de estos dos tipos de problemas, y han tenido la oportunidad de experimentar con ellos con el fin de reflexionar sobre el estado actual del plan de estudios de matemáticas. Estas experiencias proporcionan la base a partir de la cual se ha realizado una evaluación sobre temas como: ¿cuándo aparecen en la vida cotidiana los problemas Tipo-A y los problemas Tipo-B?, ¿cuándo aparecen en el sistema educativo actual?, ¿es importante preparar a nuestros jóvenes estudiantes sobre estos problemas?, ¿es posible y recomendable que el plan de estudios sea actualizado para incorporar estos paradigmas?, y en caso afirmativo ¿en qué cursos?

Las siguientes secciones describen el método para la creación de estas experiencias. En la primera sección, Participantes, se detalla el número, tipo y procedencia de los participantes del taller. En la siguiente sección, Estructura, se describe la estructura y los diferentes tipos de actividades que tiene el taller. La última sección, Procedimiento, muestra los aspectos y

detalles de los procedimientos que se ha utilizado para la realización del taller en los cuatro campus universitarios.

3.1 Participantes

Hemos diseñado un conjunto de actividades que han sido realizadas durante el curso lectivo 2012-2013 en aulas con estudiantes de Escuelas de Magisterio y Facultades de Educación. Las tres universidades que han participado en estas actividades son: la Universidad del País Vasco, la Universidad de Alicante y la Universidad de Extremadura.

Los grupos de estudiantes participantes en esta experiencia son cuatro y los hemos denominado como EHU-1, UA, UEX y EHU-2. Estos grupos tienen las siguientes características:

- EHU-1: alumnos de la Universidad del País Vasco, campus Leioa. Asignatura: Las Tecnologías de la Información y Comunicación en la Educación Primaria, 2º curso. Grado en Educación Primaria. Son 21 alumnos.
- EHU-2: alumnos de la Universidad del País Vasco, del campus Gasteiz. Asignatura: Matemáticas y su Didáctica I, 1º curso. Grado en Educación Primaria. Son 9 alumnos.
- UA: alumnos de la Universidad de Alicante. Asignatura: Desarrollo curricular y aulas digitales en educación infantil, 2º Curso. Grado en Maestro en Educación Infantil. Son 73 alumnos distribuidos en tres secciones o subgrupos de trabajo.
- UEX: alumnos de la Universidad de Extremadura, campus Badajoz. Asignatura: Recursos Tecnológicos y Didácticos, 1º curso. Grado en Educación Primaria. Son 139 alumnos distribuidos en tres secciones o subgrupos de trabajo.

Los estudiantes son alumnos de 1º y 2º curso de Educación, con edades comprendidas entre 19-21 años. En todos los grupos, la mayoría de los estudiantes son mujeres.

Antes de llevar a cabo la experiencia con los cuatro grupos, hemos testado el método con un estudio piloto realizado con un grupo de 26 estudiantes de EHU durante el curso 2011-12 (Basogain, Olabe, Olabe, Maiz and Castaño, 2012). La experiencia y los resultados de este estudio piloto nos han servido para concretar el diseño de la investigación.

3.2 Estructura

La experiencia realizada consiste en introducir a los estudiantes un espacio de reflexión sobre la alfabetización matemática del currículum escolar actual. En concreto se describe la taxonomía de los problemas Tipo-A y problemas Tipo-B. Además se presenta el entorno gráfico de programación Scratch/Snap.

La experiencia está estructurada en cuatro partes: introducción a los problemas Tipo-A; introducción a los problemas Tipo-B; introducción de Scratch/Snap; y una encuesta final. Las tres primeras partes presentan el mismo formato: descripción de los conceptos, estudio de ejemplos y realización de una actividad grupal.

Las actividades grupales son tres: resolver un problema Tipo-A; definir un problema Tipo-B; y analizar un proyecto Scratch. La primera tarea grupal consiste en resolver un problema de un conjunto de cinco problemas Tipo-A (un problema de 4º, 5º, 6º curso de Primaria y dos problemas de la prueba de evaluación de matemáticas de PISA). La segunda tarea grupal consiste en crear y definir una situación doméstica del estudiante identificando

las características de los problemas Tipo-B. La tercera tarea grupal consiste en realizar un análisis descriptivo en términos computacionales de un proyecto Scratch seleccionado de un conjunto de seis proyectos básicos.

La cuarta actividad consiste en cumplimentar una encuesta final. Los estudiantes responden a un conjunto de preguntas diseñadas para evaluar los aspectos fundamentales de la educación de las matemáticas en el sistema educativo y la naturaleza del tipo de los problemas de la escuela y de la vida real. La encuesta contiene 9 preguntas de múltiple elección, organizadas de acuerdo a las materias objeto de la investigación. La encuesta presenta también un campo adicional optativo para incluir comentarios si así lo desean los estudiantes.

Estas actividades se llevan a cabo en un aula equipada con recursos informáticos. Los estudiantes realizan las actividades grupales y la encuesta final utilizando estos recursos. La experiencia de los estudiantes en el aula es de tipo práctico y participativo.

Además, se han realizado una serie de pequeñas entrevistas personales a los profesores de los cursos para recopilar información cualitativa con respecto a la experiencia y que no fueron objeto de las preguntas de opción múltiple de la encuesta final.

3.3 Procedimiento

Las experiencias se han realizado en el marco de un taller titulado "Experiencias Matemáticas". El taller se ha impartido en los cuatro campus de las tres universidades mencionadas, con los cuatro grupos denominados EHU-1, UA, UEX y EHU-2.

Los talleres los realiza un miembro de nuestro equipo investigador con el apoyo del profesor de la asignatura en cada campus. Las sesiones se imparten en un aula multimedia con proyector, altavoces, y conexión internet.

Los talleres siguen la estructura propuesta de cuatro partes: introducción a los problemas Tipo-A, introducción a los problemas Tipo-B; introducción a Scratch/Snap y la encuesta final. En la sesión el profesor combina la presentación de las materias con la participación individual y grupal de los estudiantes.

Para las actividades grupales, los participantes colaboran en grupos de 2 o 3 alumnos. La primera actividad es resolver un problema Tipo-A. Para ello se les entrega a cada grupo una ficha con el enunciado del problema y las secciones: Correspondencia, Identificación de reglas y Aplicación de reglas. Al finalizar el trabajo grupal, un representante del grupo expone a todos los demás estudiantes el problema y su resolución.

La segunda actividad grupal es definir y describir un problema Tipo-B, y resolverlo según la metodología iterativa propuesta. Para ello se les entrega a cada grupo una ficha con el enunciado y las secciones del proceso iterativo a rellenar. Al finalizar el trabajo grupal, como en la actividad anterior, un representante del grupo expone a todos los demás estudiantes el problema y su resolución.

La tercera tarea grupal consiste en describir un proyecto Scratch interpretando el significado y la interrelación de sus bloques de programación. Para esto se les entrega a cada grupo una ficha con la representación gráfica de los bloques de programación y los campos de la descripción analítica a rellenar. Al finalizar el trabajo grupal, un representante del grupo expone a todos los demás estudiantes los diagramas de bloques y su interpretación del proyecto Scratch.

Las actividades grupales tienen una duración de 5 minutos para su resolución y otros 5 minutos para la exposición de los resultados.

La última parte del taller es la realización de la encuesta final. Los estudiantes responden a la encuesta final de 9 preguntas de múltiple elección. En estas respuestas, los estudiantes resumen su experiencia durante el taller. La encuesta está implementada a través de un formulario Google Drive. Los resultados de esta encuesta se detallan en la siguiente sección.

La duración del taller se ha ajustado a la disponibilidad de clases de cada Universidad y campus. Los grupos EHU-1 y EHU-2 han asistido a tres sesiones (una por semana) de duración 75 minutos. Los subgrupos de UA participaron en una única sesión de duración dos horas. Los subgrupos de UEX participaron en una única sesión de 90 minutos a través de videoconferencia.

4 RESULTADOS

Este apartado presenta los resultados obtenidos en la experiencia propuesta. En la primera sección, denominada Estudio, se presentan de forma compilada las respuestas de los participantes a la encuesta final del taller. Los resultados indican que de un modo mayoritario los participantes han analizado e interiorizado las ideas fundamentales del paradigma presentado. En la sección Comentarios y Entrevistas se recogen testimonios de alumnos y de profesores que han participado en la experiencia.

4.1 Estudio

El propósito de la investigación que hemos realizado en esta experiencia es el de crear un espacio de reflexión para el análisis de paradigmas educativos en el área de matemáticas. La encuesta del taller ha sido diseñada para evaluar hasta qué punto este espacio de reflexión ha realizado la función de analizar paradigmas, evaluar sus características y proponer acciones en caso necesario. Para la validación de este estudio, utilizaremos los valores absolutos y porcentuales con los correspondientes márgenes de error.

La estadística descriptiva de este estudio presenta los resultados de cada uno de los grupos participantes (EHU-1, UA, UEX, EHU-2) de forma numérica en tablas. Se indican los valores absolutos y porcentuales obtenidos en cada una de las nueve áreas de interés del estudio. El estudio realizado tiene un tamaño de muestra de 242 participantes. El margen de error máximo es el 6,3% para un nivel de confianza del 95%. Y para aquellos casos en los que el 90% o más de los participantes coinciden en su respuesta (la mayoría de las siguientes tablas), el margen de error es inferior al 4%.

4.1.1. Dos tipos de Problemas

La tabla 1 muestra el resumen de los puntos de vista sobre la existencia de dos tipos de problemas fundamentales y diferentes en la vida cotidiana: problemas Tipo-A y problemas Tipo-B. Un total de 231 participantes (95%) opinaron que ambos tipos de problemas están presentes en la vida cotidiana, mientras que 7 participantes (3%) opinaron que no están presentes.

Tabla 1. Dos tipos de Problemas

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Sí	21	100%	70	96%	131	94%	9	100%	231	95%
No	0	0%	2	10%	5	4%	0	0%	7	3%
No lo sé	0	0%	1	5%	3	2%	0	0%	4	2%

Pregunta: ¿Eres consciente de que en la vida real existen problemas Tipo-B?

4.1.2. Currículum y problemas Tipo-A

La tabla 2 muestra las respuestas con respecto a la visión percibida de lo que constituye el actual plan de estudios de matemáticas. Un total de 194 participantes (80%) expresaron que la mayoría de los problemas estudiados en la escuela eran de Tipo-A. Un total de 21 participantes (9%) manifestaron que los problemas Tipo-A no constituyen la mayoría de los problemas estudiados en la escuela. Veintiséis participantes (11%) contestaron la opción de no saberlo.

Tabla 2. Currículum y problemas Tipo-A

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Sí	19	90%	67	92%	99	72%	9	100%	194	80%
No	1	5%	0	0%	20	14%	0	0%	21	9%
No lo sé	1	5%	6	8%	19	14%	0	0%	26	11%

Pregunta: ¿Eres consciente de que la mayoría de los problemas del currículum escolar son los problemas de Tipo-A?

4.1.3. Vida y problemas Tipo-B

La tabla 3 muestra la opinión de los participantes sobre el tipo de problemas que prevalecen en la vida real. Un total de 152 participantes (63%) expresaron la opinión de que los problemas Tipo-B son predominantes en la vida diaria, mientras que 18 participantes (7%) opinaban que los problemas prevalentes son los problemas Tipo-A. Un total de 72 participantes (30%) dieron el mismo valor a la presencia de ambos problemas en la vida real.

Tabla 3. Vida cotidiana y problemas Tipo-B

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Tipo A	5	24%	1	1%	11	8%	1	11%	18	7%
Tipo B	11	52%	64	88%	69	50%	8	89%	152	63%
Tipo A y Tipo B	5	24%	8	11%	59	42%	0	0%	72	30%

Pregunta: En tu opinión, en la vida cotidiana prevalecen problemas tipo:

4.1.4. Experimentar con problemas Tipo-B

La tabla 4 muestra los puntos de vista de los participantes sobre la experimentación con problemas de Tipo-B, y cómo se puede mejorar las habilidades para resolver problemas cotidianos. Asimismo, 228 participantes (94%) creen que la práctica de los problemas de Tipo-B desarrolla habilidades para resolver problemas cotidianos. Un total de 5 participantes (2%) cree que no.

Tabla 4. Experimentación con problemas Tipo-B

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Sí	20	95%	73	100%	127	91%	8	89%	228	94%
No	1	5%	0	0%	3	2%	1	11%	5	2%
No lo sé	0	0%	0	0%	9	6%	0	0%	9	4%

Pregunta: ¿Crees que experimentar con problemas Tipo-B desarrolla la capacidad de resolver “problemas/situaciones cotidianas”?

4.1.5. Resolver nuevos Problemas con Tipo-B

La tabla 5 muestra los puntos de vista de los participantes sobre las consecuencias de experimentar con problemas Tipo-B para desarrollar habilidades en la resolución de nuevos tipos de problemas: problemas que aparecerán en áreas nuevas y que en este momento no se conocen. Un total de 207 participantes (86%) cree que el trabajo y la experimentación con los problemas de Tipo-B desarrollan las habilidades que permitirán a los estudiantes resolver nuevos problemas en el futuro. Un total de 3 participantes (1%) cree que no. Treinta y un participantes (13%) respondieron que no sabían.

Tabla 5. Resolver nuevos problemas Tipo-B

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Sí	17	81%	63	88%	119	86%	8	89%	207	86%
No	0	0%	1	1%	2	1%	0	0%	3	1%
No lo sé	4	19%	8	11%	18	13%	1	11%	31	13%

Pregunta: ¿Crees que experimentar con problemas Tipo-B desarrolla la capacidad de resolver problemas en nuevas áreas que aparecerán en el futuro y que desconocemos en este momento?

4.1.6. Estudiar o no estudiar problemas Tipo-B

La tabla 6 muestra la opinión de los participantes sobre si los estudiantes en edad escolar deben ser capacitados en el campo de los problemas de Tipo-B. Un total de 227 participantes (95%) opinó que los estudiantes deben ser educados para resolver problemas de Tipo-B y 7 participantes (3%) creen que no.

Tabla 6. Estudiar o no estudiar problemas Tipo-B

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Sí	16	84%	72	100%	132	95%	7	78%	227	95%
No	2	11%	0	0%	3	2%	2	22%	7	3%
No lo sé	1	5%	0	0%	4	3%	0	0%	5	2%

Pregunta: ¿Crees que es conveniente capacitar a los alumnos para resolver problemas Tipo-B?

4.1.7. Currículum y problemas Tipo-B

La tabla 7 muestra la opinión de los participantes sobre si el actual currículum incluye el estudio de los problemas de Tipo-B. Un total de 131 participantes (54%) expresó la opinión de que este tipo de problemas no era parte del plan de estudios actual. Asimismo, 63 participantes (26%) piensan que el actual plan de estudios ya incluía el estudio de problemas de Tipo-B. Cuarenta y siete participantes (20%) respondieron que no lo sabían.

Tabla 7. Currículum y problemas Tipo-B

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Sí	8	38%	9	12%	45	33%	1	11%	63	26%
No	10	48%	58	79%	56	41%	7	78%	131	54%
No lo sé	3	14%	6	8%	37	27%	1	11%	47	20%

Pregunta: ¿Crees que los problemas Tipo-B se encuentran incluidos en el currículum escolar?

4.1.8. Scratch/Snap y problemas Tipo-B

La tabla 8 muestra la opinión de los participantes acerca de si el estudio de problemas de Tipo-B se podría mejorar mediante el uso de entornos de programación, tales como Scratch o Snap. Un total de 196 participantes (82%) cree que los entornos de programación tales como Scratch o Snap podrían utilizarse para enseñar a los estudiantes a resolver problemas de Tipo-B. Igualmente, 15 participantes (6%) creen que estos entornos de programación no proporcionan los medios para hacerlo. Veintisiete participantes (11%) respondieron que no sabían.

Tabla 8. Scratch/Snap y Problemas Tipo-B

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Sí	19	90%	61	85%	107	79%	9	100%	196	82%
No	2	10%	3	4%	10	7%	0	0%	15	6%
No lo sé	0	0%	8	11%	19	14%	0	0%	27	11%

Pregunta: ¿Crees que entornos de programación como Scratch/Snap facilitan la capacitación de los alumnos en resolver problemas Tipo-B?

4.1.9. Scratch/Snap en el Currículum

La tabla 9 muestra los cursos en los que podrían integrarse los entornos de programación, tales como Scratch o Snap en el plan de estudios. Un total de 126 participantes (52%) seleccionaron un curso de Tecnología. Cincuenta y un participantes (21%) prefirieron incluir estos entornos de programación en el contexto de un curso de Matemáticas, mientras que 49 participantes (20%) prefirieron la creación de un nuevo curso especialmente diseñado para estudiar estos temas. Doce participantes (5%) prefieren que se realicen estas actividades fuera del horario escolar, como una actividad extracurricular y 4 participantes (2%) prefieren no incluir estas materias.

Tabla 9. Scratch/Snap en el Currículum

Opción	EHU-1		UA		UEX		EHU-2		Total	
Tecnología	9	43%	28	38%	88	63%	1	11%	126	52%
Matemáticas	8	38%	22	30%	14	10%	7	78%	51	21%
Asignatura Nueva	3	14%	19	26%	26	19%	1	11%	49	20%
Extraescolares	0	0%	3	4%	9	6%	0	0%	12	5%
No introducirlo	1	5%	1	1%	2	1%	0	0%	4	2%

Pregunta: ¿Cómo crees que hay que introducir los entornos de programación como Scratch/Snap en el currículum escolar?

4.2 Comentarios y Entrevistas

4.2.1. Comentarios de los Estudiantes

La encuesta final incluye un campo opcional para que los estudiantes participantes puedan incluir sus comentarios y opinión sobre el taller. La mayoría de los comentarios son del tipo “taller muy interesante”, junto con otros calificativos como “innovador, útil, real, efectivo, enriquecedor y motivador”.

Muchos de los comentarios sintetizan y resumen en frases cortas el objetivo propuesto del taller: “Nos ha gustado mucho este taller porque hemos aprendido que hay diversos tipos de problemas y saber cómo analizarlos. Nos ha parecido también muy interesante el programa Scratch”. “Nos ha parecido muy interesante el software Scratch. Y nos ha hecho reflexionar sobre los tipos de problemas. Muchas gracias”. “Me ha parecido una clase muy interesante y dinámica, en la que hemos aprendido que en la vida no solo hay problemas de Tipo-A sino que también existen los de Tipo-B y que su tratamiento en esta clase nos ayudará en un futuro. También pienso que Scratch es muy interesante”. “Me ha parecido interesante este seminario porque hemos aprendido a resolver diferentes tipos de problemas”.

Otros comentarios recogen una visión globalizadora sobre resolución de problemas: “Nos ha gustado mucho este taller porque solo considerábamos problemas aquellos que tenían una perspectiva matemática, pero ahora sabemos la existencia de otros tipos así como cada una de sus características y dificultades”. “Me ha parecido interesante este seminario ya que nos ha servido para saber que hay diferentes tipos de problemas no solo los de matemáticas”.

4.2.2. Entrevistas a los Profesores

Además, al finalizar cada una de las experiencias, hemos entrevistado a los profesores responsables del curso para conocer su opinión sobre el efecto del taller en su curso y en los alumnos. Las profesoras de los cuatro campus indican que el taller es muy interesante y expresan su intención de repetir la experiencia en el próximo curso.

La profesora de EHU-2 resume la experiencia: “La valoración general ha sido altamente positiva. El alumnado ha valorado la calidad del docente y el recurso didáctico utilizado que le va a poder permitir su utilización en situaciones de enseñanza aprendizaje muy variadas. Han conseguido información, guía para aprendizajes posteriores, desarrollo de habilidades, motivación, interés y, además, se ha logrado un entorno favorable para la comunicación en muchos ámbitos y en el matemático en particular con aquello que se relaciona con la resolución de problemas. Se considera muy positivo su desarrollo en cursos posteriores. La duración del taller quizá debería aumentarse para los próximos años”.

La profesora de UEX resume la experiencia de esta forma: “La experiencia con el alumnado ha sido muy grata y altamente valorada por los y las estudiantes. Les ha servido para aprender a utilizar la herramienta Scratch como herramienta de autor, para generar actividades y material docente útil para situaciones de enseñanza-aprendizaje en el aula de primaria. Asimismo, les ha permitido reflexionar acerca de los tipos de problemas matemáticos y reales que encuentran día a día en sus tareas cotidianas y analizar posibles soluciones frente a estas situaciones enmarcadas en un contexto educativo, lo que hace posible, en un entorno estimulante y socializador (al realizar estas actividades en pequeño grupo), aprender del intercambio y

el debate con otros compañeros y compañeras. Finalmente, han podido conocer el proyecto Scratch del MIT, así como el desarrollo del proyecto y el equipo de trabajo Aprendiendo Scratch, que con tanto éxito acerca esta herramienta y su nueva visión sobre cómo trabajar los problemas de la vida cotidiana con una herramienta cercana, divertida y asequible”.

5 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Presentamos un estudio realizado en colaboración con las Escuelas de Educación de tres universidades (4 campus en total) en el que se ha ofrecido un taller para los alumnos de primer y segundo año de estas escuelas, con el fin de introducir un espacio para la reflexión sobre la alfabetización matemática. El objetivo principal del taller ha sido ofrecer una herramienta de trabajo para ayudar a una mejor comprensión de los procesos de resolución de problemas, y en particular en el área de las matemáticas del sistema educativo actual.

Las encuestas de este estudio revelan que de acuerdo con la mayoría de los participantes: (i) el currículum de matemáticas K-12 está diseñado para enseñar a los estudiantes exclusivamente la resolución de problemas Tipo-A; (ii) los problemas matemáticos de la vida real responden a problemas Tipo-B; y (iii) el actual currículum de matemáticas debe modificarse para incluir este nuevo paradigma.

La primera pregunta del estudio muestra que una gran mayoría de los participantes (95%) cree que en la vida real nos encontramos con problemas Tipo-A y Tipo-B. Estos problemas son muy diferentes en naturaleza, complejidad y en los procesos mentales necesarios para su resolución. Este resultado indica que los participantes identifican claramente los problemas que nos encontramos durante nuestras actividades cotidianas y que estos pueden clasificarse directamente en estos dos grupos.

La segunda pregunta del estudio muestra que una gran mayoría de los participantes (80%) cree que el actual plan de estudios en el área de las matemáticas centra su atención casi exclusivamente en los problemas de Tipo-A. Aunque hay teorías que tratan de justificar por qué es así, este resultado supone una conclusión fundamental que debería servir para un diálogo cuando se analice la situación del plan de estudios actual, las necesidades de la sociedad y los nuevos cambios que se propongan en el currículum.

La tercera pregunta del estudio desarrolla con mayor profundidad el resultado de la primera pregunta. Los problemas Tipo-A y Tipo-B coexisten en la vida real, pero dos tercios de los participantes (63%) creen que los problemas de Tipo-B son predominantes en la vida real, mientras que sólo un tercio (30%) cree que ambos tipos son igualmente prevalentes. Este resultado supone un nuevo hallazgo que indica que los problemas de Tipo-B no solo existen, sino que representan la mayoría de las tareas que tenemos que afrontar en la vida diaria.

La cuarta pregunta del estudio muestra que una gran mayoría de los participantes (94%) cree que experimentar con problemas Tipo-B desarrolla las habilidades para resolver los problemas de la vida real. Este hecho sugiere explorar nuevos enfoques pedagógicos para preparar a nuestros estudiantes para enfrentarse a los problemas de la vida cotidiana. Experimentar con problemas Tipo-B en entornos apropiados, tales como Scratch o Snap, desarrollan las habilidades propias para resolver problemas de la vida real: iteración, comunicación con el mundo, optimización progresiva, pensamiento orientado a objetos, etc.

Las respuestas de la quinta pregunta indican que la gran mayoría de los participantes (86%) cree que experimentar con problemas Tipo-B desarrolla las habilidades para resolver nuevos tipos de problemas. Esta es una propiedad intrínseca de este modo de experimentación y podría influir en la adopción de nuevos paradigmas pedagógicos donde la resolución de nuevos problemas sea prioritaria.

La sexta pregunta del estudio muestra que una gran mayoría de participantes (95%) cree que es importante enseñar a nuestros estudiantes las capacidades para resolver los problemas Tipo-B. Esta respuesta, junto con la respuesta a la pregunta número siete del estudio, donde una mayoría relativa (54%) cree que los problemas Tipo-B no están incluidos en el currículum actual (26% cree que si lo están), sugiere un área fundamental en el diálogo sobre la naturaleza y contenido del currículum.

Los resultados de la pregunta número ocho indican que una gran mayoría de los participantes (82%) ve los entornos de programación como Scratch o Snap como herramientas apropiadas para la integración de los problemas Tipo-B en las aulas.

Los resultados de la pregunta número nueve del estudio muestran que la integración de los entornos como Scratch o Snap deberían incluirse en cursos de Tecnología (52%), en los actuales cursos de Matemáticas (21%) o en un nuevo curso creado específicamente para este propósito (20%).

Los resultados obtenidos en este estudio muestran que una gran mayoría de los participantes ha sido capaz de llegar a conclusiones claras sobre el contenido del currículum de Matemáticas. Este hecho tiene dos consecuencias fundamentales: la primera es que los problemas Tipo-A y Tipo-B responden a paradigmas diferentes y fácilmente reconocibles (además los participantes no han tenido dificultad para identificarlos); la segunda implicación es que las experiencias y los ejercicios realizados durante el taller proveen recursos cognitivos que han permitido a los participantes responder a las preguntas con claridad y conocimiento.

Los materiales didácticos utilizados en los talleres están disponibles para los grupos interesados en replicar estas experiencias poniéndose en contacto a través de email con los autores.

Las próximas fases de este proyecto incluyen un conjunto de nuevos talleres donde se presentan un grupo de áreas específicas de problemas Tipo-B. El objetivo de estos talleres es el de familiarizar a los participantes en la relevancia curricular de estas áreas y su contenido matemático, así como capacitar a los participantes en el desarrollo de nuevas actividades curriculares y su integración en el aula. Estas áreas específicas incluyen: Geometría vectorial diferencial, Geometría de tres dimensiones orientada a objetos, Cibernética – sistemas autorregulados, Pensamiento probabilístico y Dinámica de cuerpos con cálculo discreto.

REFERENCIAS

ACT (2013). *American College Testing*. Retrieved from <https://www.act.org>

Ariely, D. (2009). *Predictably Irrational*. New York, NY: HarperCollins

Bälter, O., Enström, E., & Klingenberg, B. (2013). The effect of short formative diagnostic web quizzes with minimal feedback. *Comput. Educ.* 60, 1 (January 2013), 234-242. doi: 10.1016/j.compedu.2012.08.014

Basogain, X., Olabe, M. A., Olabe, J. C., Maiz, I., & Castaño, C. (2012). Mathematics Education through Programming Languages. *21st Annual World Congress on Learning Disabilities*, 553-559.

Becker, K. A. (2003). History of the Stanford-Binet Intelligence scales: Content and psychometrics. *Stanford-Binet Intelligence Scales, Fifth Edition Assessment Service Bulletin*, 1.

Binet, A., & Simon, Th. (1916). *The development of intelligence in children: The Binet-Simon Scale*. Baltimore: Williams & Wilkins company. doi: 10.1037/11069-000

Carpenter, P. A., Just, M. A., & Shell, P. (1990). What One Intelligence Test Measures: A Theoretical Account of the Processing in the Raven Progressive Matrices Test. *Psychological Review*, 73 (3), 404-431. doi: 10.1037/0033-295X.97.3.404

Cattell, R. B. (1963). Theory of fluid and crystallized intelligence: A critical experiment. *Journal of Educational Psychology*, 54, 1-22. doi: 10.1037/h0046743

Collins, A., & Halverson, R. (2009). *Rethinking Education in the Age of Technology: The Digital Revolution and the Schools*. New York: Teachers College Press.

Disessa, A. (2000). *Changing minds: Computers, learning, and literacy*. Cambridge: MIT Press.

Fiske, S. T., Gilbert, D. T., & Lindzey, G. (Eds.) (2010). *The handbook of social psychology* (5th edition). New York: Wiley.

Forbes, A. R. (1964). An item analysis of the advanced matrices. *British Journal of Educational Psychology*, 34, 1-14. doi: 10.1111/j.2044-8279.1964.tb00632.x

Jensen, A. R. (1987). The g beyond factor analysis. In R. R. Ronning, J. A. Glover, J. C. Conoley, & J. C. Witt (eds.). *The influence of cognitive psychology on testing* (pp. 87-142). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kahneman, D. (2003). Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics. *The American Economic Review*, 93 (5), 1449-1475. doi: 10.1257/000282803322655392

Maloney, J., Resnick, M., Rusk, N., Silverman, B., & Eastmond, E. (2010). The Scratch Programming Language and Environment. *ACM Transactions on Computing Education*, 10 (4), 15 pp. doi: 10.1145/1868358.1868363

Marshall, B., Lohman, D. F., & Snow, R. E. (1983). The complexity continuum in the radix of hierarchical models of intelligence. *Intelligence*, 7, 107-127. doi: 10.1016/0160-2896(83)90023-5

National Research Council (2010). *Committee for the Workshops on Computational Thinking: Report of a workshop on the scope and nature of computational thinking*. Washington, DC: National Academies Press.

National Research Council (2011). *Committee for the Workshops on Computational Thinking: Report of a workshop of pedagogical aspects of computational thinking*. Washington, DC: National Academies Press.

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.

Papert, S. (1991). *Situating constructionism*. In I. Harel, & S. Papert (Eds.), *Constructionism*. 1-11. Norwood, NJ: Ablex.

Pisa (2009). PISA 2009 key findings. *OECD Programme for International Student Assessment (PISA)*. Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2009/pisa2009keyfinding.htm>

Raven, J. C. (1962). *Advanced Progressive Matrices, Set II*. London: H. K. Lewis.

Royal Society. (2012). *Shut down or restart: The way forward for computing in UK schools*. Retrieved from royalsociety.org/education/policy/computing-in-schools

SAT (2013). *Scholastic Assessment Test*. College Board. Retrieved from <http://sat.collegeboard.org/>

Schwartz, B. (2005). *The Paradox of Choice: Why More Is Less*. New York: Harper Collins.

Scratch (2013). *Lifelong Kindergarten Group at the MIT Media Lab*. Retrieved from <http://scratch.mit.edu/>

Snap (2013). Mönig, J., & Harvey, B. University of California at Berkeley. Retrieved from <http://byob.berkeley.edu/>

Snow, R. E., Kyllonen, P. C., & Marshall, B. (1984). The topography of ability and learning correlations. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the Psychology of Human Intelligence*, Volume 2, (47-103). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Taylor, K., & Rohrer, D. (2010). The effects of interleaved practice. *Applied Cognitive Psychology*, 24, 837-848. doi: 10.1002/acp.1598

Utting, I., Cooper, S., Kolling, M., Maloney, J., & Resnick, M. (2010). Alice, greenfoot and scratch-A discussion. *ACM Transactions on Computing Education*, 10 (4): 11 pp. doi: 10.1145/1868358.1868364

Wechsler, D. (1939). *Wechsler-Bellevue intelligence scale*. New York: The Psychological Corporation.

- Wechsler, D. (2005). *Wechsler Individual Achievement Test 2nd Edition (WIAT II)*. London: The Psychological Corporation.
- Wing, J. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49 (3), 33-36. doi: [10.1145/1118178.1118215](https://doi.org/10.1145/1118178.1118215)

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido financiada parcialmente con la ayuda a los grupos de investigación del Sistema Universitario Vasco (2010-15) del Departamento de Educación, Universidades e Investigación del Gobierno Vasco. Los autores desean agradecer la participación y colaboración de los profesores y estudiantes de la Universidad del País Vasco, Universidad de Alicante y la Universidad de Extremadura, que han hecho posible este trabajo.

<p>Con el fin de llegar a un mayor número de lectores, NAER ofrece traducciones al español de sus artículos originales en inglés. Sin embargo, este artículo en español no es el artículo original sino únicamente su traducción. Si quiere citar este artículo por favor consulte el artículo original en inglés y utilice la paginación del mismo en sus citas. Gracias.</p>
